



東北大学

平成 31 年度 一般選抜入学試験 個別学力試験  
出題意図(数学)

数学

前期日程

文系問 1

・ 出題意図

2次関数のグラフと直線の交点に関する問題です。2次関数の基本的性質、特に解と係数の関係を理解しているかなどを確認めます。基本的な計算が出来るかを問うています。この問題では、幾つかの計算方法があり、その中で効率的な計算方法を考えて見つける力を測ります。

・ 講評

基礎的な問題であり、全体的に出来が良かったです。

「 $b = (1 \pm \sqrt{5})/2$ ,  $b < 0$  より  $b = (1 + \sqrt{5})/2$ 」

とするなど、条件  $b < 0$  の使い方に間違いが多くみられました。解と係数の関係を間違っ  
て用いている解答も見られました。

解と係数の関係から  $b$  の満たす方程式を導くのが最も効率的な方法ですが、他方で、  
解の公式より  $b$  と  $c$  を  $a$  の式で書いてから  $c = b^2$  に代入し正解に至るという非効率  
的な解答も一定数見られました。ただし、この方法を試みて完遂できていない答案も多  
かったです。

どうしたら効率的に計算できるかも考えながら解くとよいです。

文系問 2

・ 出題意図

対数関数、2次方程式、整数の複合問題で、それらの基本的性質の理解を確認ま  
す。特に対数関数の真数条件や2次方程式の判別式とグラフの性質の理解を問うていま  
す。2次関数のグラフの幾何学的形状を理解して応用することが必要とされます。他方  
で、場合分けによる緻密な考えも必要ですが、これにより論理的な思考力を測っていま  
す。

・ 講評

(1) 受験生の半数以上は出来ていました。

$a < 1$  と  $a > 1$  の場合分けが出来ていない解答が目立ちました。また場合分けをしても、両方をまとめて間違っただけで解答してしまうものもありました。少数ですが、真数条件を理解していない答案も見られました。

(2) 正解率は極めて低かったです。

2次方程式の判別式、解と係数の関係をきちんと理解していない答案が見られました。 $f(x) = x^2 - (2n-1)x + n(n-2)$  のグラフについて、 $f(x) = 0$  の解と  $x = 2n$ ,  $n$  の位置の関係を丁寧に見ていないため、 $x = 2n$ ,  $n$  での  $f(x)$  の正負を誤ってしまい、正解できない答案が多く見られました。

(1), (2) で共通していますが、解が整数であることを考えていない答案がありました。

### 文系問 3

#### ・出題意図

漸化式で定義される数列の問題です。漸化式の扱いが出来るかを確認します。数学的帰納法を用いて、論理的な議論が出来るかを問うています。(1)は、正の実数を掛けたら割ったりしても正になるなどの基本的なことを組み合わせて論証する基本問題です。論証力を確かめます。(2)では、普通にはあまり見かけない形の漸化式を、工夫することにより、よく見る形に変形する応用力が必要とされます。

#### ・講評

(1) 論理的な議論の展開ができていない答案が多く、全体的にあまり出来がよくありませんでした。

正であることと0以上であることの違いを認識していない答案が多々見られました。特定の  $n$  と任意の  $n$  の違いを混同してしまう答案もありました。

(2) 漸化式の両辺の  $\log$  を取る方法と、 $p_n = a_{n+1}/a_n$  が等比数列であることから  $a_n$  を求める方法があります。ほとんどの答案では前者で解答していましたが、完遂した答案は少なかったです。

### 文系問 4

#### ・出題意図

$n$  枚の硬貨を繰り返し投げた事象に関する問題です。確率の基本的な考え方、および事象の確率の計算力を問うています。場合分けによって確率を計算する方法が身につけているかを見ています。また、余事象の確率を計算することにより、求める事象の確率を求めるという応用力が必要です。

#### ・講評

(1) 基本的な問題で、ほぼ全員が出来ていました。

組み合わせの数を階乗で表した後で計算を間違ってしまう解答が見られました。

(2) 1つの金貨が  $j$  回連続して表が出る事象の余事象の確率を考えれば容易に解けますが、これに気づいた答案はほとんどありませんでした。

文系にとっては難問だったようで、ほとんどの人が手をつけていませんでした。

(3) (2) を利用して (3) を解く誘導でしたが、(1) や (2) が出来ていなくても (3) を解いて部分点を得た答案が多かったです。

場合分けの抜けや、分母が2のべき乗となっていないなどの間違いがありました。また、確率を意味もなく掛け算しているなどの誤答も散見されました。

## 理系問 1

### ・ 出題意図

三角関数のグラフの2接線が直交しているときに、交点を求める問題です。三角関数のグラフと接線の図形的な性質の理解を問うています。三角関数の取りうる値や、絶対値が1以下の2つの実数を掛けて1になったら、それらの絶対値が共に1であることなどの数の基本的な理解も見えています。三角関数の周期性を十分に理解して応用することも必要です。

### ・ 講評

基本的かつ易しい問題と思われそうですが、正答率は低かったです。接線の傾きが直交していることから、傾きの積が  $-1$  であることはほぼ全員が書いていましたが、ほとんどの答案でその先に進めていませんでした。

$\cos \alpha \cos \beta = -1$  から即座に  $|\cos \alpha| = |\cos \beta| = 1$  が分かりますが、ほとんどの受験生はこれに気づかず、複雑な式変形に陥り間違ってしまうパターンが多く見られました。

$x$  座標の値が  $[0, 2\pi]$  の範囲でのみ解答したり、三角関数の周期性を考慮していない、あるいは理解が浅いと思われる答案も多く見られました。分かっただけならば簡単という問題なので、得点差が大きく出る傾向にありました。

無闇に計算に走るのではなく、柔軟に考えて簡単な解法がないかどうか確かめましょう。

## 理系問 2

### ・ 出題意図

対数関数、2次方程式、整数の複合問題で、それらの基本的性質の理解を確かめます。特に対数関数の真数条件や2次方程式の判別式とグラフの性質の理解を問うています。場合分けによる論理的な考えが必要とされます。2次関数のグラフの幾何学的形状を理解して応用することが必要とされます。他方で、場合分けによる緻密な考えも必要ですが、これにより論理的な思考力を測っています。

### ・ 講評

(1) 正答率は高かったです。

文系と同様に  $a < 1$  と  $a > 1$  の場合分けが出来ていない解答が目立ちました。真数条件を正確に理解していないと思われる解答もありました。

(2) 正解率は高くありませんでした。

$f(x) = x^2 - (2n-1)x + n(n-2)$  のグラフについて、 $x = 2n$ ,  $n$  での  $f(x)$  の正負を問

違う答案が多く見られましたが、これは文系と同様でした。

$a > 1$  のときのみ正解している答案が多かったです。これは (1) も同様でした。  
無駄な計算をして正解にたどり着かない答案が見られました。

ケアレスミスや計算ミスが多く見られました。(1), (2) で共通していますが、解が整数であることを考えていない答案がありました。

### 理系問 3

#### ・ 出題意図

漸化式で定義される数列についての問題です。数列の収束・発散の理解、数学的帰納法を用いた論証ができるかを問うています。1 より小さい正の実数の2乗は元の実数より小さいなどの数の基本的性質から論証する基本的な問題を出題しています。他方で、逆数の発散から収束を示すという工夫の必要な難易度の高い問題も出題しました。

#### ・ 講評

全体的に論述が不十分な答案が多く見られました。

(1) 正答率は低かったです。

決して難易度は高くないはずですが、数列の発散を証明するような問題は、総じてあまり勉強していないように見受けられました。

単調増加な数列は必ず発散すると誤解している解答が目立ちました。

(2) 帰納法を用いた易しい論証問題であり、正答が多かったです。

(3) 難問であったため、正答率は低かったです。

この問題は、 $1/x_n$  がマイナス無限大へ発散することを示して解けますが、この方針を採用して解いた答案はほとんどありませんでした。

負の数の不等式の変形において、不等号の向きを間違え答案が目立ちました。

### 理系問 4

#### ・ 出題意図

実数を係数にもつ整式を  $x^2+1$  で割った余りについての問題です。抽象的な記号の理解力に加えて、計算力、応用力、論証能力を問うています。三角関数の計算力と複素数の理解が必要です。慣れない記号の定義があったときに、それをその場で理解して応用する力は数学においてしばしば必要とされますが、そのような応用力を見ている。また、一見関係のないことが実は繋がっていることを見抜く力があるかを確かめます。

#### ・ 講評

(1) 正答率は高かったです。

それでも単純な計算ミス、 $x^2$  が残っているなどの間違いが少しありました。

(2)―(4)は抽象的でより難しいはずですが、そちらは比較的出来ているにも関わらず、(1)が出来ていない解答も見られました。

(2) (3) 比較的よく出来ていました。

[A] [B] = [A B] と間違えたり、A と [A] を混同したりした解答が多く見られました。(2)が出来ていなくても、(3)が出来ていた解答も見られました。(3)はド・モアブルの定理を応用することに気づけば解きやすいです。

(4) 正答率は高くなかったです。

(2), (3)は(4)を解くための誘導でしたが、これに従わない解答が多く見られました。

(4)を直接計算すると4次方程式が出て、それを解くと求める答が得られますが、そのような答案が多かったです。

単純に(3)に当てはめて、 $a = \sin \theta$ ,  $b = \cos \theta$  とおいた間違いが多く見られました。

## 理系問 5

### ・出題意図

積分の計算および積分方程式を解く問題です。微積分の計算力を高度なレベルで問うています。偶関数・奇関数の性質や置換積分を応用して、かなり難しい積分計算を工夫して実行する力を見ている。適切な解答の方針を立てることが重要です。また、複雑な計算をミスなく実行する力も必要です。

### ・講評

難問であり正答率は低かったです。

(1) 後者の  $1/2$  に等しい部分を示すところは多くの受験生が出来ていましたが、単純な積分の計算ミスが目立ちました。

前者の等号の方は正答が少なく、偶関数・奇関数の性質に気づかない答案が多く見られました。

(2) 解答の方針を立てられず、全く手をつけていない答案が多かったです。

$f(t)$  の  $-1$  から  $1$  までの定積分を  $a$  とおき、 $e^{-t} f(t)$  の同範囲の定積分を  $b$  とおいて解けばよいのですが、それに気づいた人は少なかったです。

積分で定数部分と変数部分を分離することが出来ない答案が目立ちました。

(1), (2) 共に計算力が試されますが、計算ミスが目立ちました。

## 理系問 6

・出題意図

10個の玉が入っている袋から1個の玉を無作為に取り出す試行の繰り返しについての問題で、漸化式を用いて事象の確率を求めます。確率において事象の独立性の理解が大切です。事象の独立性を正しく捉えて式を立てられるか、漸化式や数列の和を正確に計算できるかを問うています。

・講評

(1) かなり出来は良かったですが、他方で単純なミスも見られました。

(2) 比較的出来は良かったです。

(1) が出来ていなくても、(2) が出来ていた答案も多数見られました。

等比数列の和の計算を間違える答案が目立ちました。

(3) (1), (2) から漸化式をたててそれを解くだけですが、計算量が少し多めだったので、正答率は低かったです。

(2) と同様に等比数列の和の計算にミスが目立ちました。数列の和の計算に慣れていないと思われる答案が多く見られました。

## 後期日程

### 文系問 1

#### ・ 出題意図

2次関数の絶対値の定積分の方程式を解く問題です。2次関数の基本性質を理解しているか、場合分けによる絶対値の取り扱い、および簡単な積分計算が出来るかを問うています。きちんと場合分けをして、絶対値の符号を見て定積分を計算することが必要なので、論理的な考え方が求められます。

#### ・ 講評

基本的な問題だったため、正答率は高かったです。場合分けの構成による論理的な記述が出来ているかをみて採点しました。

場合分けが不十分な解答が散見されました。とくに、 $x$ の値によって場合分けを考えるとといった方針の間違いが目立ちました。

単純な計算違いやケアレスミスも目立ちました。

このような基本的な問題を確実に解けるようにしましょう。また、ケアレスミスがないよう、解き終わった後に十分確認することが大切です。

### 文系問 2

#### ・ 出題意図

放物線の接線と定積分により面積を求める問題です。2次関数と接線の基本性質の理解や、グラフの図形的な理解力を問うています。(1)は接線の基本性質が分かっているかを見ています。(2)はある程度難易度が高く、定積分の計算により面積を正確に計算できるかを見ています。効率の良い解法を発見する力が必要です。解答の方針がきちんとかけているかが重要です。

#### ・ 講評

(1) 正答率は高かったです。

接線  $l_1, l_2$  の傾きの吟味がなされていない答案が散見されました。

(2) 正答率は低かったです。

多くの受験生が計算をミスして正答できませんでした。

三角形の面積でなく、2次関数のグラフの囲む領域の面積を計算した解答もありました。問題文をよく読みましょう。

解法が幾つかあり、それによって計算量が変わるので、効率的な解法を見つけることにも注意を払いましょう。



### 文系問 3

#### ・出題意図

空間図形とベクトルについての問題です。空間把握能力や、内積などを含むベクトルの計算が出来て、それらを応用できるかを問うています。(1)はねじれの位置にある空間内の2直線上の動点の間の距離を最小化するという定型的な問題です。これによりベクトルの基礎的な計算力を確かめます。(2)では、3つのパラメータが出てくる少し複雑な式をまとめる工夫が必要で、応用力を確かめます。

#### ・講評

きちんとした説明が出来ているかどうか重点をおいて採点しました。

(1) 正答率は高かったです。

内積の展開などで簡単な計算でのミスが目立ちました。

PQ と OA が直交することの説明のない答案がありました。きちんと説明することが必要です。

(2) 正答率は低かったです。

パラメータが3つ出てきますが、どのようにまとめたらいいか分からなくなる答案が見られました。

また、ルートを含む数の大小関係を間違ってしまう答案が目立ちました。

分数の最大・最小を分母の最大・最小と間違ってしまう答案も散見されました。

(1), (2) 共に空間把握が出来ていない答案も少し見られました。

### 文系問 4

#### ・出題意図

整数の列の表の個数を数える問題です。順列・組み合わせの理解と計算力、対称性の考え方、場合分けによる数え上げの応用力を問うています。解答の方針をしっかりと立てられるかを見ています。(1)では、場合分けによる数え上げを組み合わせの数を用いて計算します。精密に考える必要があります。(2)では、対称性の考え方が重要です。(3)では、場合分けによる緻密な考えが必要です。

#### ・講評

解答の方針がたっていて、それをきちんと説明しているかに重点をおいて採点しました。

(1) 正答率は高くなかったです。

表の個数の意味を理解していないと思われる答案が目立ちました。

適切に方針がたっている解答でも、正確な数え上げが出来ている答案は少なかったです。

(2) 正答率は低かったです。

表の上段  $(a_1, \dots, a_k)$  と下段  $(b_1, \dots, b_k)$  の入れ替えの対称性に気づくかどうかで、正答するかどうかが決まります。0点と満点に分かれました。

(3) 難易度の高い問題だったため、正答はほとんどなかったです。

方針がたっている解答もありましたが、正確な数え上げが完遂できた答案は皆無でした。

## 理系問 1

### ・ 出題意図

放物線の接線と定積分により面積を求める問題です。2次関数と接線の基本性質の理解や、グラフの図形的な理解力を問うています。(1)は接線の基本性質が分かっているかを見ています。(2)はある程度難易度が高く、定積分の計算により面積を正確に計算できるかを見ています。効率の良い解法を発見する力が必要です。解答の方針がきちんとかけているかが重要です。

### ・ 講評

(1) 基本的な問題だったため、正答率は高かったです。

答えとして傾きを求められているにも関わらず、接点のx座標を答えている答案が散見されました。

(2) 正答率は高くなかったです。

出来不出来の差が激しかったです。まったく出来ていない解答が多かったのは想定外でした。

正解の解答では、接点のx座標を  $\alpha$ 、 $\beta$  などと置き、積分計算を進めてミスなく記述していました。他方で、そのような方法に気づかず、強引に積分したものは、ほとんど誤っていました。

普段から出来るだけ簡単に計算する工夫を心がけることが大切です。

## 理系問 2

### ・ 出題意図

三角関数を含む総和を計算する問題です。三角関数の公式を用いて、総和を含む複雑な式変形が出来るかを問うています。(1)では、三角関数の和積の公式を使いこなせるか、総和の式を正しく扱えるか見ています。(2)は三角関数の和に関する方程式を解く問題で、(1)を用いて解きますが、式変形に工夫が必要です。割り算において分母がゼロになる可能性も考慮するなど、精密に考える力が必要です。

### ・ 講評

(1) 正答率は半分を超えるぐらいでした。

帰納法を用いた解答が多かったですが、計算量が多くなってミスをしてしまうものが多かったです。

他方で、帰納法によらず直接計算した解答ではほとんど正解していました。

(2) 正答率は高くありませんでした。

$\sin(x/2) = 0$  のときを考えていない答案が多かったです。精密に考える力を養いましょう。

### 理系問 3

#### ・出題意図

空間図形とベクトルについての問題です。空間把握能力や、内積などを含むベクトルの計算が出来て、それらを応用できるかを問うています。(1)はねじれの位置にある空間内の2直線上の動点の間の距離を最小化するという定型的な問題です。これによりベクトルの基礎的な計算力を確かめます。(2)では、3つのパラメータが出てくる少し複雑な式をまとめる工夫が必要で、応用力を確かめます。

#### ・講評

(1) 定型的な問題でしたので、正答率は比較的高かったです。

直感により  $P, Q$  がそれぞれ  $OA, BC$  の中点であるとした答案が目立ちましたが、きちんと論証して確かめる必要があります。

ベクトル  $PQ$  の長さを求めるときの計算ミスが多かったです。

(2) 正答率は低かったです。

解答の方針がたっていない答案が多かったです。

途中までは計算したところで、 $\cos \theta$  を1変数で表すことができなくて完遂できていない答案が目立ちました。

### 理系問 4

#### ・出題意図

関数  $f(x)$  が定義域内で下に凸のとき、 $f(x)$  を凸関数と言います。凸関数は数学では極めて重要な対象です。凸関数の性質とグラフの形状を十分に理解しているかを問うています。(1)では一般の関数を含む合成関数の微分の計算が出来るかを見ています。(2)では、凸関数のグラフの形状の理解を見ています。(3)では複雑な式変形と不等式評価が出来るかを見ています。

#### ・講評

(1) 正答率は高くなかったです。

得点をとった答案とほぼ0点の答案に分かれました。

$f(tx+(1-t)y)$  を  $t$  で微分するときに、何が変数で何が定数なのかを混乱している答案が少なからずありました。 $x$  や  $y$  という文字を使ったからといって、常に変数とは限りません。文字や式だけにとらわれず、十分に状況を理解して計算しましょう。

凸関数の性質を理解していないと思われる答案が目立ちました。

平均値の定理を用いた解法を想定していましたが、それによらない解法も多くありました。

(2) 正答率は低かったです。

(1)と同様に得点をとった答案とほぼ0点の答案に分かれました。  
微分の計算や凸関数の性質に関して、(1)と同様です。  
(3) 難問だったため、正解の答案はほとんどありませんでした。

## 理系問 5

### ・ 出題意図

コインを投げる試行の繰り返しによる問題です。2進法の応用力、場合分けによる数え上げの能力、条件付き確率の理解を問うています。問題文には2進法の問題であることは書いていませんが、それに気づくと効率的に解けます。しっかりした知識を元に精密に考えることが出来るか、さらに応用力を見えています。

### ・ 講評

(1) 正答率は半々ぐらいでした。

出方が一意的であることを明確に証明していない解答が目立ちました。

(2) 正答率は低かったです。

場合分けの考え方がしっかりできているかを重視して採点しましたが、それがほとんど出来ていませんでした。

(1), (2) 共に2進数を用いると効率的ですが、そのような解答は少なかったです。

## 理系問 6

### ・ 出題意図

複素数平面上の図形の問題です。複素数の式の計算力、および複素数平面における複素数の図形的性質の理解を問うています。(1)では、複素数の式変形が出来るかを見えています。(2)では、複素数平面上で2つのベクトルが平行であることと、ベクトルを表す2つの複素数の比が実数であることは同値であることを理解しているかを見えています。(3)では、複素数平面の図形的な理解を確かめます。

### ・ 講評

(1) 正答率は高かったです。

$|z|^2 = z\bar{z}$  を分かっていない受験生が目立ちました。

$|a+b|^2 = |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2$  などの間違いが目につきました。

(2) 複素数平面における2つのベクトルが平行であることと複素数の実数条件の関係が分かっていないと思われる答案が散見されました。

また  $|z| = 0$  と  $z = 0$  の同値性についても同様でした。

(3) 正答率は低く、大部分の答案は手付かずでした。

複素数の計算だけで解答することもできますが、初等幾何的に解いた答案がほとんど

でした。

### ○志願者へのメッセージ

数学を学ぶ上では、数学的テクニックの習得に加えて、論理的思考力の鍛錬が必要です。数学を深く学ぶことにより、様々な分野における未知なる問題を解決する力を養うことができます。また数学の奥深さや美しさを感じて欲しいです。

本試験では、計算力に加えて、図形と方程式の関係、関数の性質、確率の考え方などの十分な理解を問うと共に、論理的思考力を確かめます。とくに、精密にまた時に柔軟に考える力を見るような問題を出題しています。

数学の勉強では様々なタイプの練習問題を解くことが重要です。解答にあたって、先ず解答の方針をしっかり立てることが重要です。闇雲に解くのではなく、柔軟に考えて簡単な解法・計算方法がないかを常に探す癖をつけましょう。論証や場合分けが必要な問題もよくありますが、論理的かつ精密に考えることが要求されます。また、ケアレスミスで点を落とす受験生が多いです。解答した後で確認を怠らないようにしましょう。文系ではとくに簡単なミスをしないことが重要です。理系では、受験問題によく出てくる单元だけでなく、幅広く勉強することも必要です。受験のために仕方なく勉強するという態度では、数学はなかなか習得できません。数学は本来面白いものです。興味を持って数学に取り組むようにしましょう。