数学

前期日程

文系問1
・出題意図 　実数 a に依存して定まる簡単な式で表現された曲線と直線で囲まれた図形の面積を求め、その面積 S(a) の最大値・最小値を与える a を求める問題です。 　面積の計算では積分を、最大値・最小値を求める計算では微分を着実に実行できるかが問われます。 　区間上で S(a) の最大値・最小値をとる a を求める問題では、極大値・極小値だけでなく、両端での値も含めてきちんと議論できるかが問われます。
・講評 (1)　比較的よく出来ていました。 面積を負の関数の積分としている解答や、積分計算で符号の間違いが散見されました。 公式を覚えて応用するだけでは、符号の間違いに気づきにくいですが、何を計算しているかを理解した上で検算をすれば、符号の違いには気がつきます。 非常に複雑な計算ではないにも関わらず整理の失敗も散見されましたが、全体的には計算力があることが見て取れます。 S(a) の計算間違いは次の問題に影響するので、注意深く検算する必要があります。 中には積分で dx を書いていない解答もありました。dx はどの変数で積分を行っているかを明示するために必要です。 (2)　小問 (1) が出来ていればおおむね正解にたどり着いていました。 S(a) の微分の計算ミスや、増減表が逆になっている間違いも少なからず見受けられました。 S(−2)、S(3)　の値を求めないまま大小を判断する解答も多々ありました。簡単な計算にも関わらず計算ミスで正答にたどり着けない解答もありました。問題では求められていない最小値の値を計算した解答も見られました。 　問題文をよく読み、何が求められているか理解し、きちんと方針を立てる必要があります。 　常に考え方の検証・検算を行う習慣をつけてください。

文系問2

・出題意図

不等式を満たす整数の範囲や、等式が成り立つ整数を求める問題です。

整数が不等式を満たすことを示すには、よく知られた等式・不等式から導出したり、特別な場合を出発点として数学的帰納法を用いたり、様々な方法が考えられます。問題に応じて適切な解法を選んで実行できるかを問うています。

不等式を満たす整数をすべて求めるには、候補を有限個に絞ってから、それらが実際に不等式を満たすか確かめる必要がありますが、それがきちんと実行できるかを問うています。

有限個の候補から抜けなく、すべてを整理して解答を得られるかを問うています。

・講評

(1) 成績は分散しました。

$3^n = (2+1)^n$ の 2 項展開や $3^n - 2^n = (3-2)(3^{n-1} + 3^{n-2} \times 2 + \cdots + 3 \times 2^{n-2} + 2^{n-1})$ の因数分解を用いる解答は少なく、ほとんどが数学的帰納法を用いていました。

数学的帰納法に気がついた場合はおおむね出来ていましたが、帰納法の成立をある不等式に帰着させても、その不等式の成立をきちんと示していない解答も少なからずありました。

また和の log が log の和と等しいとする解答が目立ちました。

(2) 良く出来ていました。

小問 (1) より n の範囲を制限しても、実際にその n が不等式を満たすか確認しないで解答としている解答が多数見受けられました。

n は正の整数とあるにも関わらず $n=0$ の場合を考えている解答がありました。

(3) 良く出来ていましたが、a、b が 0 の場合を見逃した解答が見受けられました。

正の整数と 0 以上の整数を混同していると思える解答も一定数ありました。

問題文をよく読み、条件をきちんと把握する必要があります。「以上」の理解の確認も必要です。

証明・論証には何を仮定して、何を示そうとしているか明瞭に記述する必要があります。それができれば、数学的帰納法を用いて証明しようとした解答でよく見られる仮定と結論の混同が避けられます。

文系問3
・出題意図 　直線と直線の交点や円と直線の交点を求める問題です。 　共通集合や合併集合の要素の個数が指定された個数になる条件を求めます。 　方程式の基本的な処理、絶対値の処理、およびすべての可能性を検討し、きちんと場合分けして論じることができるかを問うています。
・講評 (1) 2 直線の交点を求め、それを円の方程式に代入すれば良く、多くが出来ていました。 中には代入後に計算ミスをしている解答もありました。簡単な計算と思っても検算を忘れないようにしましょう。 (2) 点と直線の距離の公式に気がついた場合は多くが出来ていました、円の半径に絶対値記号が付くことに気がつかない解答が目立ちました。$\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$ です。 共有点の x 座標の満たす方程式の判別式を用いる解答では、x 座標が同じとなる共有点が複数ある可能性が論じられていない場合が多く見受けられました。 (3) 完答は少なかったです。 ほとんど出来ていても場合分けが完全でない解答が多く見られました。 集合記号を利用して場合分けを行えば、抜けを避けることが出来きます。 集合 A の要素の個数を $\lvert A \rvert$ と書くことにすれば、$\lvert A\cup B \rvert + \lvert A\cap B \rvert = \lvert A \rvert + \lvert B \rvert$ が成り立ちます。$\lvert A \rvert \leqq 2, \lvert B \rvert \leqq 2$ のとき、$\lvert A \cup B \rvert = 3$ となるための必要十分条件は $\lvert A \rvert = \lvert B \rvert = 2$ かつ $\lvert A \cap B \rvert = 1$、または $A \cap B$ が空集合で $\lvert A \rvert = 2, \lvert B \rvert = 1$ または $\lvert A \rvert = 1, \lvert B \rvert = 2$ となります。 中には小問 (1) がヒントになることに気がついていない解答もありました。 全体として完答は少なく、成績は分散しました。

文系問4
・出題意図 　ベクトルが確率的に定まるとき、特定の条件を満たすベクトルが得られる確率を求める問題です。 　複数の事象が起こる確率を個々の事象の確率から計算できるかを問うています。ベクトル表現の意味をきちんと理解し、簡単な計算が出来るかを問うています。 また、ベクトルのなす角への制限という幾何学的条件を式で表現し、確率を求められるかを問うています。
・講評 (1) ほとんどが出来ていましたが、記号を含んだ式を答えとする解答が目立ちました。 (2) 簡単な確率の計算に帰着するので出来は良かったです。 (3) 出来は良くありませんでした。 条件の式表現に失敗したり、式表現が複雑になり計算間違いをしたり、式表現で止まっている解答も多く見られました。例えば $\vec{p}$ と $\vec{q}$ のなす角を θ とおき、条件は $\cos\theta \leqq \frac{\sqrt{3}}{2}$ であるとした解答がありました。 ベクトルの角度は長さに関係しないことを用いて計算を簡略化した解答はあまりありませんでした。 場合分けは多くはないので、統一的に簡単化できない場合は、一つ一つ確かめるのも大事な手段です。 全体として成績は分散しました。

理系問1

・出題意図

　与えられた三角形に対して、角の三角関数や動点の定める関数の最小値等を求める問題です。

　幾何学的情報を正確に把握し、三角関数の幾何学的意味や性質をきちんと理解しているか、また幾何学的に定義された関数を初等幾何学やベクトルを用いて、あるいは適切に座標を導入して座標幾何を用いて表現できるか等を問うています。

　同時に簡単な最小値問題の取扱を問うています。

・講評

(1) おおむね出来ていました。

余弦定理で $\cos\theta$ を求めた後、それを用いて $\sin\theta$ を計算する解答では、三角形の角なので、$0 < \theta < \pi$ ですが、$\sin\theta$ が正になることに触れない解答が少なからずありました。

$\cos\frac{\theta}{2}$、$\sin\frac{\theta}{2}$ を幾何学的に求めている解答は多くはありませんでした。

(2) 比較的よく出来ていました。

ベクトルを用いて計算する解答と三平方の定理を用いて計算する解答に大別されました。

ベクトル計算は機械的に実行できる利点がありますが、そのぶん式が少し複雑になり、三平方の定理を用いた場合より計算間違いが多く見られました。

座標を導入して計算した解答は極めて少数でした。

中には内分点の $s : (1 - s)$ と $(1 - s) : s$ を混同した解答がありました。

　幾何学的な問題は、その幾何学的性質をきちんと計算式に反映できると簡明な解答が得られることがよくあります。

理系問2

・出題意図

直線と直線の交点や円と直線の交点を求める問題です。

共通集合や合併集合の要素の個数が指定された個数になる条件を求めます。

方程式の基本的な処理、絶対値の処理、およびすべての可能性を検討し、きちんと場合分けして論じることができるかを問うています。

・講評

(1) 2 直線の交点を求め、それを円の方程式に代入すれば良く、おおむね出来ていました。

中には代入後に計算ミスをしている解答もありました。簡単な計算と思っても検算を忘れないようにしましょう。

(2) 点と直線の距離の公式に気がついた場合は多くが出来ていましたが、円の半径に絶対値記号が付くことに気がつかない解答が目立ちました。$\sqrt{a^2} = |a|$ です。

共有点の x 座標の満たす方程式の判別式を用いる解答では、x 座標が同じとなる共有点が複数ある可能性が論じられていない場合が多く見受けられました。

(3) 完答は多くはありませんでした。
ほとんど出来ていても場合分けが完全でない解答が多く見られました。

集合記号を利用して場合分けを行えば、抜けを避けることが出来ます。
集合 A の要素の個数を $|A|$ と書くことにすれば、$|A \cup B| + |A \cap B| = |A| + |B|$ が成り立ちます。$|A| \leqq 2, |B| \leqq 2$ のとき、$|A \cup B| = 3$ となるための必要十分条件は $|A| = |B| = 2$ かつ $|A \cap B| = 1$、または $A \cap B$ が空集合で $|A| = 2, |B| = 1$ または $|A| = 1, |B| = 2$ となります。
中には小問 (1) がヒントになることに気がつかない解答もありました。

全体として、方針は立っていても、最後まで正しく計算できている解答は少なく、成績は分散しました。

理系問3

・出題意図

　不等式を満たす整数の範囲や、等式が成り立つ整数を求める問題です。
整数が不等式を満たすことを示すには、よく知られた等式・不等式から導出したり、特別な場合を出発点として数学的帰納法を用いたり、様々な方法が考えられます。問題に応じて適切な解法を選んで実行できるかを問うています。

　不等式を満たす整数をすべて求めるには、候補を有限個に絞ってから、それらが実際に不等式を満たすか確かめる必要がありますが、それがきちんと実行できるかを問うています。

　有限個の候補から抜けなく、すべてを整理して解答を得られるかを問うています。

・講評

(1) おおむね出来ていました。
数学的帰納法により示そうとする解答が大部分を占めました。

帰納法の成立をある不等式に帰着させたものの、その不等式の成立をきちんと証明せずに正しいと主張する解答が目立ちました。

実数 x の関数 $f(x) = 3^x - 2^x - x^2 - 8$ 等に微分法を用いて解こうとする解答では変形を間違えたり、定数の評価が不十分等、正答に至らない場合が多く見られました。中には正の 項、負の 項の混在する式に対して根拠を示さず >0 であると結論した解答もありました。
整数の変数 n のまま微分を行う解答も少なからずありました。厳密には f(x) の様に実変数関数でなければ微分は出来ません。
$3^n = (2+1)^n$ の 2 項展開や $3^n - 2^n = (3-2)(3^{n-1} + 3^{n-2} \times 2 + \cdots + 3 \times 2^{n-2} + 2^{n-1})$ の因数分解を用いる解答は少なく、正答率も低かったです。

(2) 良く出来ていました。

小問 (1) より n の範囲を制限しても、実際にその n が不等式を満たすか確認しないで答えとしている解答が見受けられました。

(3) 良く出来ていましたが、a、b が 0 の場合を見逃した解答が見受けられました。
問題文をよく読み、条件をきちんと把握する必要があります。

　証明・論証には何を仮定して、何を示そうとしているか明瞭に記述する必要があります。それができれば、数学的帰納法を用いて証明しようとした解答でよく見られる仮定と結論の混同が避けられます。

理系問4

・出題意図

玉の取り出しの確率と硬貨の表裏の確率を同時に考える問題です。
独立事象の同時成立確率の計算や、場合の数え上げがきちんと出来るかを問うています。

確率が何に依存するか正しく見極め、計算を簡略化できるか、あるいは多くの場合をシステマティックに過不足なく数え上げられるかを問うています。

また、整数に依存する数値がいつ最大値をとるかという問題を、正しく議論できるか問うています。

・講評

(1) おおむね出来ていましたが、独立事象の同時成立確率がそれぞれの確率の積でなく和とした解答が少なからずありました。

(2) 細かく事象を分けて列挙した解答では、事象を見落としたり、計算を間違えたりして正答できてない場合が少なからずありました。

確率が同じ事象に分割して、その個数を求めれば良いことに気がついた場合はおおむね出来ていました。

(3) 問題の確率は玉の色は無視して良いことに気がつかず、多くの場合に分けてしまい、正答にたどり着けない解答が少なからず見受けられました

色を無視できることに気がついた場合はおおむね出来ていましたが、中にはちょうど n 回目ではなく、n 回以内に止まる計算を行っていた解答も見受けられました。

(4) 小問(3) が出来ていればおおむね出来ていましたが、複雑に考え過ぎたり、解を見落としていたりした解答が見受けられました。

また、p_n を n で微分して求めようとする解答が少なからずありましたが、ほとんど正答には至ってはいませんでした。

ここでも厳密には n は整数変数なので微分はできません。

完答は一定数ありましたが、確率としては基本的な問題にも関わらず意外に出来ていませんでした。

理系問5

・出題意図

　複素数の数としての基本的な性質や図形的性質の理解と計算力を問う問題です。点の動く範囲を正しく求められるかも問うています。

・講評

(1) おおむね出来ていましたが、虚部に i を含む解答が一定数ありました。
用語の定義をきちんと理解する必要があります。

(2) 小問 (1) で正答すればおおむね出来ていましたが、中には式変形を誤り正答にたどり着けない解答が見受けられました。
絶対値と絶対値の 2 乗の混同も見受けられました。
複素数の絶対値に関する理解が足りないと思われる解答もありました。

(3) 小問 (2) で正答すれば問題の図形は円の一部であることが分かります。

円のどの部分であるかも見当がつきますが、それを完璧に示すのは以外に難しかったようです。t と z の偏角の関係を見たり、z の実部・虚部の増減を調べたり工夫が見られました。

正確に範囲を特定する議論が必要なことを見逃した解答も少なくありませんでした。
複素数にも関わらず不等式を用いた解答も見受けられました。
完答は一定数ありましたが、それ以外との差がつきました。

理系問6

・出題意図

三角関数の関数としての基本的な性質、および置換積分・部分積分等の基本的な計算力を問う問題です。

また、数が有理数であることを数学的帰納法等を用いて示せるかを問うています。

・講評

(1) 対称性の式を示す置換積分が意外に出来ていませんでした。一方和の式の方はよく出来ていました。

(2) 合成微分を用いた計算はよく出来ていました。

(3) 小問 (2) が部分積分を使うヒントになるはずでしたが、小問 (2) の正答者でもあまり出来ていませんでした。
一方、部分積分に気がつけば正答率は高かったです。

(4) 小問 (1) あるいは 小問 (3) を用いれば、小問 (2) を出発点として数学的帰納法が使えますが、そこまでたどり着いた解答は多くありませんでした。

具体的に表示式を求めようとして見通しのないまま変形を試みる解答が目立ちました。

対称性が使えることに気がつかない解答もありました。 積分の変数変換で直接有理数であることを導いた解答もありました。

「m または n が奇数ならば A(m, n) は有理数」という命題は「m が奇数ならば A(m, n) は有理数」かつ「n が奇数ならば A(m, n) は有理数」と同値です。「n が奇数ならば A(m, n) は有理数」は「n が奇数ならば すべての正の整数 m に対して A(m, n) は有理数」の意味です。これに気がつけば、小問 (2) の結果を出発点として、奇数 n に関する数学的帰納法を、小問 (1) の和の結果、または小問 (3) の結果を用いて成立させることが出来ます。

最後の設問のせいか、基本的事項を問うているにも関わらず白紙や途中で終わっている解答が少なくなく、出来は良くありませんでした。

後期日程

文系問1

・出題意図

簡単な等式を満たす実数の個数を調べたり、不等式を満たす実数の範囲を求める問題です。

絶対値記号を含んだ等式や不等式の扱いを問うています。

絶対値記号内の符号に応じて場合分けが生じますが、システマティックに過不足なく場合分けができるかを問うています。

・講評

(1) 2 次関数のグラフの x 軸に関する折り返しと x 軸に平行な直線の交点という図形的な意味を捉えられているとおおむね出来ていました。

しかし、a の範囲の端点での取扱に注意を払っていない解答が少なからずありました。

(2) 場合分けが不十分、不正確な解答が目立ちました。

２つの曲線のグラフが正確に書かれている場合は、おおむね出来ていました。

式変形を場合分けで行う場合 $|a|>|b|$ の不等式は a, b の符号に応じて 4 通りとなります。

$a\geqq 0,\ b\geqq 0$ で $a>b$

$a\geqq 0,\ b<0$ で $a>-b$

$a<0,\ b\geqq 0$ で $-a>b$

$a<0,\ b<0$ で $-a>-b$

2 乗すれば $a^2>b^2$、$(a+b)(a-b)=a^2-b^2>0$ より

$a+b>0$ かつ $a-b>0$

または

$a+b<0$ かつ $a-b<0$

と議論することも可能です。

場合分けはシステマティックに行いましょう。

不等式で等号を含むか、含まないかに十分注意していない解答も見られました。

比較的出来ていましたが、ある程度成績は分散しました。

文系問2
・出題意図 　3 直線で囲まれた三角形の頂点、垂線の長さや 2 垂線の長さの積等を考える問題です。 　簡単な連立 1 次方程式が解けるか、垂線の長さという幾何学的対象を式で表現できるか、また 2 次式の最大値問題を問うています。
・講評 (1) 2 直線の交点を求める問題なので、おおむね出来ていました。 (2) 点と直線の距離の公式が使えることに気がつけば、おおむね出来ていましたが、中には公式を間違えた解答もありました。 幾何学的議論で範囲を求めた解答が見られました。 範囲の不等式に等号が含まれる解答や、範囲に負数があらわれる解答もありました。 問題文をよく読み対象が何であるか十分注意を払いましょう。 (3) d_1、d_2 の取り得る範囲の上の端の値の積とした解答がありました。 小問 (1)、小問 (2) が出来ていても手を付けない解答が目立ちました。 少し複雑な数値が出るので、計算間違いをした解答も少なからずありました。 良い成績も一定数いるものの、全体として成績は分散しました。

文系問3
・出題意図 　簡単な多項式で表される関数のグラフが特別な幾何学的性質を持っているとき、それが関数にどう反映するかを問い、また関数のグラフで囲まれる図形の面積を求める問題です。 　幾何学的な条件をどう式に反映させるか、面積を積分できちんと求められるかを問うています。
・講評 (1) $f(x)-g(x)=(x-a)^2(x-b)^2$ の形になる事に気がついた解答は比較的出来ていました。 $y=g(x)$ が $y=f(x)$ の $x=a$ での接線なら $f(x)-g(x)$ は $(x-a)^2$ で割り切れ、$x=b$ でも接線なら $(x-b)^2$ でも割り切れ、a と b が異なれば $f(x)-g(x)$ は $(x-a)^2(x-b)^2$ でも割り切れます。次数と最高次の係数を比べて $f(x)-g(x)=(x-a)^2(x-b)^2$ と正しく議論できている解答は多くはありませんでした。 ２つの接線が一致する条件を求めようとした解答は計算量が多くなって、計算間違いが少なからず見られました。 適切な解答方針の立っていない解答も少なからずありました。 写し間違いに起因する計算ミスも少なからず見られました。 (2) 小問 (1) が出来ず、手がつかない解答が少なからずありました。 問題となる範囲での $f(x)$ と $h(x)$ の大小関係を調べていない、あるいは $f(x)-h(x)$ の符号を間違えた解答が多く見られました。 面積を求める際には、まんぜんと積分を実行するのではなく、グラフの概形を描き正しい積分を計算してください。 全体として成績は良くありませんでした。

文系問4

・出題意図

　ある規則に従って確率的に移動する点が特定の点にいる確率を調べ、移動ごとにどう変化するかを問う問題です。

　一回ごとの確率が次の配置の確率にどう影響するかを漸化式で表現する力を問うています。

　また漸化式から一般項を求められるかを問うています。

・講評

(1) おおむね良く出来ていましたが、中にはサイコロの出る目の確率を間違えた解答もありました。
条件から $p_1 = q_1 = \frac{1}{2}$ となることを理解していない解答が散見されました。
p_{n+1} を表現する式だけ求め、q_{n+1} を求めていない解答もありました。
問題文を良く読みましょう。

(2) 確率の意味から $p_n + q_n = 1$ が成り立ちますが、それに気がつかない解答も少し見られました。

漸化式の取りあつかいに慣れていないのか、方針なく式変形を試みる解答も見られました。

　適切に変形すれば等比数列の問題に帰着するので、計算ミスや転記ミスがなければ比較的よく出来ていましたが、全体として成績は分散しました。

理系問1

・出題意図

簡単な多項式で表される関数のグラフが特別な幾何学的性質を持っているとき、それが関数にどう反映するかを問い、また関数のグラフで囲まれる図形の面積を求める問題です。

幾何学的な条件をどう式に反映させるか、面積を積分できちんと求められるかを問うています。

・講評

(1) $f(x)-g(x)=(x-a)^2(x-b)^2$ の形になる事に気がついた解答は比較的出来ていました。

$y=g(x)$ が $y=f(x)$ の $x=a$ での接線なら $f(x)-g(x)$ は $(x-a)^2$ で割り切れ、$x=b$ でも接線なら $(x-b)^2$ でも割り切れ、a と b が異なれば $f(x)-g(x)$ は $(x-a)^2(x-b)^2$ でも割り切れます。次数と最高次の係数を比べて $f(x)-g(x)=(x-a)^2(x-b)^2$ と正しく議論できている解答は多くはありませんでした。

２つの接線が一致する条件を求めようとした解答は計算量が多くなって、計算間違いが少なからず見られました。

適切な解答方針の立っていない解答も少なからずありました。

写し間違いに起因する計算ミスも少なからず見られました。

(2) 問題となる範囲での $f(x)$ と $h(x)$ の大小関係を調べていない、あるいは $f(x)-h(x)$ の符号を間違えた解答が見られました。

面積を求める際には、まんぜんと積分を実行するのではなく、グラフの概形を描き正しい積分を計算してください。

全体として成績は非常に分散しました。

理系問2

・出題意図

整数の基本的な性質の理解と論理能力を問う問題です。

倍数の概念の理解、場合分けを適切に行う能力、および対偶等を扱う論理能力を問うています。

・講評

(1) $m = 3k \pm 1$ 等として場合分けする解答が多くあり、おおむね出来ていました。
$(m+1)(m+2)$ は 2 連続整数の積なので 2 の倍数、
$m(m+1)(m+2)$ は 3 連続整数の積なので 3 の倍数、
を用いた解答はあまりありませんでした。

m が 3 の倍数と仮定すると ･･･、とした対偶にもならない解答が見られました。

(2) 適切な場合分けが出来ていればおおむね出来ていました。

(3) 対偶を用いる方針を立て、対偶を示すとき小問 (1)、(2) が利用できることに気がつけば、おおむね出来ていました。
対偶の利用に気が付かない場合はほとんど出来ていませんでした。

24 の倍数でないのは、6 の倍数でも 8 の倍数でもないとき、とした解答がありました。

全体として比較的よく出来ていましたが、論理の弱い解答が少なからず見られました。

理系問3

・出題意図

簡単な積分で定義された数列から作られた級数の計算とその最小値を求める問題です。

積分・級数の計算力、整数に依存する数値の最小値を求める能力を問うています。

・講評

(1) べき乗和の公式を用いれば S_n は求まるので、計算間違いをしなければおおむね出来ていました。

(2) S_n を整数 n で微分する解答が見られました。厳密には実変数関数でなければ微分は出来ません。

S_n の変数を実数に拡張した関数を微分して、増減表を考え、極小値を取る点の周りの整数を調べる、という手続きでほとんどの正答が得られていました。

a_k は負の数から正数へ変化しますが、その境で S_n の最小値が得られることに気がついた解答は多くありませんでした。

a_k の定義に用いられた積分が $c' = \frac{20+\sqrt{526}}{6}$ で 0 になることに気がついた解答は少なかったです。

全体としておおむね良く出来ていましたが、成績は分散しました。

理系問4

・出題意図

　ある規則に従って確率的に移動する点が特定の点にいる確率を調べ、移動ごとにどう変化するかを問う問題です。

　一回ごとの確率が次の配置の確率にどう影響するかを漸化式で表現する力を問うています。

　また漸化式から一般項を求められるかを問うています。

・講評

(1) おおむね出来ていましたが、確率の理解が不十分と思われる解答も少数見受けられました。
　p_{n+1} の式と q_{n+1} の式が入れ替わっている解答がありました。

(2) p_n, q_n の表現式の中の n が $n+1$ や $n-1$ にずれている解答がありました。
　確率の意味から $p_n + q_n = 1$ が成り立ちますが、それに気がつかない解答も少し見られました。
　漸化式の取りあつかいに慣れていないのか、方針なく式変形を試みる解答も見られました。
　適切に変形すれば等比数列の問題に帰着するので、計算ミスや転記ミスがなければ比較的よく出来ていましたが、全体として成績は分散しました。

　p、q　の判別がしづらい文字を書くと転記ミスを起こしやすいので、分かりやすい文字の書くように注意しましょう。

　検算すればミスは見つかるので、検算の習慣をつけましょう。

理系問5

・出題意図

複素数の基本的理解と計算力、および図形的把握と論理を問う問題です。

絶対値や共役複素数の理解、複素数平面の理解、共役複素数の入った方程式を解く能力、および必要十分の意味をきちんと理解した上で、それを示せるかを問うています。

・講評

(1) 垂直 2 等分線を考える解答が多くあり、比較的よく出来ていました。

複素数に i をかけることが複素数平面上の 90 度回転に対応することや、パラメーター表示 $z = \frac{\alpha}{2} + i\alpha t$ (t は実数) を利用する解答はほとんど見られませんでした。

(2) 多くが $\overline{\alpha}\beta$ が実数でなければ交点を持つことは示せていましたが、必要かつ十分であることを正確に確認できている解答は多くありませんでした。

必要十分を示すための議論は、図形的に考察した解答と、共役複素数を含む連立 1 次方程式

$$\overline{\alpha}z + \alpha\overline{z} = |\alpha|^2$$
$$\overline{\beta}z + \beta\overline{z} = |\beta|^2$$

を考察する解答に大別されました。

後者では必要十分であることを正確に示している解答はごく少数でした。

共役複素数をうまく扱うことが出来ない解答が目立ちました。

交点 z の表示式を求めても実際に交点であることを確認している解答は少なかったです。

全体として出来は良くありませんでした。白紙、目標の見えない計算・記述が目立ちました。

全体的に複素数および論理の理解が十分でない様に見受けられました。

理系問6

・出題意図

逆関数の微分の理解、積分の計算力、漸化式の理解をみる問題です。

簡単な関数の逆関数の微分を求め、置換積分・部分積分を行い漸化式を求め、利用できるかを問うています。

・講評

(1) 出来は良くありませんでした。
逆関数を関数の逆数と間違えた解答が目立ちました。

逆関数の変数を x としてありますが、関数の変数の記号自体には意味が無いことを理解していないと思われる解答も目立ちました。
関数に対する基本的な理解が不足している様に見受けられました。

(2) 出来は良いとはいえません。
多くが $x = \tan\theta$ と置換して計算していました。

置換積分は出来ているにも関わらず小問 (1) が出来ていない解答が目立ちました。
$\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ で $x = \tan\theta$ とおいて計算することと tan の逆関数が結びついておらず、パターン認識的な理解で計算しているようにも見受けられます。
正確に意味を理解していないとその先の発展は困難となります。
$x = \tan\theta$ と置換しないで I_n の漸化式を直接出す解答は少なかったです。

(3) 比較的出来ていましたが、小問 (2) の結果を用いず直接計算した解答が目立ちました。
結果的に小問 (3) のみ正解した解答が見られました。

全体として出来は良くありませんでした。

○志願者へのメッセージ

数学はすべての理系科目の基礎となるだけでなく、経済学部で理系入試が始まったように、理系・文系を問わず、すべての学問の研究・応用の基礎となって来ています。

大学での教育・研究のみならず、社会でも計算機・AI・大量データの処理等不可欠となっています。

また、日々の暮らしでも、たとえば天気予報の意味を理解し正しい選択を行うには、確率・論理をきちんと理解・行使できなくてはなりません。

現在全世界で猖獗を極める新型コロナウイルスのパンデミックに対応するには、データを正しく理解し、判断・行動する力が、世界・国家・自治体・会社・団体・個人の各レベルで要求されています。

本年度の数学の入試問題では、入学後に必要な数学の基本的な知識と計算力を確認するとともに、どの分野でも今後の学習・研究で非常に重要となる確率・場合分け・論理に重きをおいて出題しました。

例題を決まったパターンで計算して解くような学習をしてきたと見える解答では、特に論理の部分に弱さが見受けられました。日頃から論理を訓練し、明瞭な議論が出来るよう習慣づけましょう。

字が読みにくい解答では、転記ミスからくると見られる計算間違いも少なからず見受けられました。文字が薄く + か − か判別に苦しむ解答もありました。読み易い字で書くように習慣づけましょう。

数学にとどまりませんが、教科内容をただ受け止めるだけではなく、なぜそうなるのか、その理由・仕組みを理解しようとする力が求められます。

機械的な学習を脱すれば数学は一層楽しくなります。