

令和7年度特別選抜入学試験(私費外国人留学生)

数 学

1 正の数 x, y, z に対して $f = \frac{1}{xy} + \frac{1}{z}$, $g = x + 4yz$ とおく。このとき、以下の問いに答えよ。

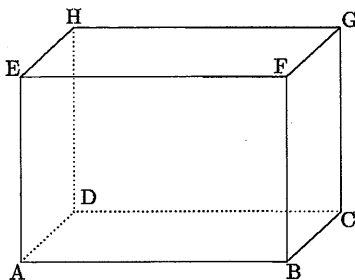
- (1) $f \cdot g$ の最小値を求めよ。また、その最小値を与える x, y, z の条件を求めよ。
- (2) $f \leq 1$ のとき g の最小値を求めよ。また、その最小値を与える x, y, z の値をそれぞれ求めよ。

2 2つの曲線 $C_1: y = x^2$, $C_2: y = x^2 + 4$ がある。実数 a について、 C_2 上の点 $(a, a^2 + 4)$ における C_2 の接線を ℓ とし、 C_1 と ℓ で囲まれた図形を D_a とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) ℓ の方程式および ℓ と C_1 の交点の座標をそれぞれ求めよ。
- (2) (1) で求めた交点における C_1 の接線と ℓ が直交するような a の値をすべて求めよ。
- (3) a が $0 \leq a \leq 2$ の範囲を動くとき、図形 D_a が動く領域を D とする。 D を図示し、その面積を求めよ。

裏面へ続く

- 3 直方体 ABCD-EFGH において, $\overrightarrow{AB} = \vec{l}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{n}$, $|\vec{l}| = \sqrt{3}$, $|\vec{m}| = 1$, $|\vec{n}| = 1$ とする。点 P は線分 AC 上, 点 Q は線分 EG 上にそれぞれあり, $AP = GQ$ を満たすとする。線分 AP の長さを x とおく。



このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{l}$, $\vec{m}$, $\vec{n}$ と x で表せ。
- (2) $\overrightarrow{PR} = \vec{m} + \vec{n}$ となる点 R を空間内に定める。点 R が平面 FPQ 上にあるような x の値を求めよ。

- 4 $0 \leq \theta < 2\pi$ なる θ に対して, 関数 $f(\theta)$ を次で定義する。

$$f(\theta) = \int_0^\theta (\cos x - \sin x + 2 \cos 2x) dx + 1$$

このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(\theta)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (2) 実数 k に対して, θ に関する方程式

$$f(\theta) = k$$

の解の個数を求めよ。